

GUÍA DE EJERCICIOS # 4

MA – 1112

1.- Determinar el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 2^{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ (c) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$
(d) $f(x) = \ln(\ln x)$ (e) $f(x) = \log_2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ (f) $f(x) = \log_5(|x + 2| - 2x - 1)$

2.- Convertir a forma exponencial las siguientes expresiones:

(a) $\log_{64} 4 = \frac{1}{3}$ (b) $\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$ (c) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$ (d) $\log_{13} 13 = 1$

3.- Convertir a forma logarítmica las siguientes expresiones:

(a) $2^8 = 256$ (b) $5^{-3} = \frac{1}{125}$ (c) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = 7$

4.- Graficar las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 8^{x-2} + 3$ (b) $f(x) = -(e^x)$ (c) $f(x) = 2^{x-1} - 3$
(d) $f(x) = \log_3(x + 2)$ (e) $f(x) = \ln(x - 1) + 1$ (f) $f(x) = |\ln x|$

5.- Resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $3^{x-1} = 27$ (b) $7^{x^2+x} = 49$ (c) $64^x = 16$
(d) $\left(\frac{1}{49}\right)^x = 7$ (e) $\log_8 x = -\frac{2}{3}$ (f) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = x$
(g) $\log_{16} x + \log_{16}(x - 4) = \frac{5}{4}$ (h) $\log_2(x^2) - \log_2(x - 2) = 3$
(i) $\log_{10}(3x^2 - 5x - 2) - \log_{10}(x - 2) = 1$ (k) $2\log_{25}(x) - \log_{25}(25 - 4x) = \frac{1}{2}$

6.- Simplificar las siguientes expresiones:

(a) $\frac{1}{2}\log_b(x^2 - 1) - \frac{1}{2}\log_b(x^2 + 1)$ (b) $\frac{1}{3}(\log_b x - \log_b y)$

$$\begin{array}{ll}
\text{(c) } \log_b(x) + 2 \log_b(x-1) & \text{(d) } \frac{1}{3} \ln(x-1) + \ln 3 - \frac{1}{3} \ln(x+1) \\
\text{(e) } \log_c(a^2 - ab) - \log_c(7a - 7b) & \text{(f) } 3 \ln\left(\frac{a^2 b}{c^2}\right) + 2 \ln\left(\frac{bc^2}{a^4}\right) + 2 \ln\left(\frac{abc}{2}\right) \\
\text{(g) } \log_7\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x^2}\right) - \log_7\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) & \text{(h) } \log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right) - \log_a\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{a}\right) \\
\text{(i) } \ln e^{-x} & \text{(j) } e^{-\ln x} & \text{(k) } \ln(e^{\ln x}) & \text{(l) } e^{2 \ln 3} \\
\text{(m) } e^{x+\ln x} & \text{(n) } e^{\ln(e^x)} & \text{(\tilde{n}) } \ln(xe^{2x}) & \text{(o) } \ln(e^{x^2-x})
\end{array}$$

7.- Escribir las siguientes expresiones en términos de $\ln x$, $\ln(x+1)$ y $\ln(x+2)$:

$$\begin{array}{lll}
\text{(a) } \ln(x(x+1)^2) & \text{(b) } \ln \frac{\sqrt{x}}{x+1} & \text{(c) } \ln(x(x+1))^3 \\
\text{(d) } \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^4 & \text{(e) } \ln \frac{x^2(x+1)}{x+2} & \text{(f) } \ln\left(\frac{1}{x+2} \sqrt[5]{\frac{x^2}{x+1}}\right)
\end{array}$$

8.- Calcular la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
\text{(a) } f(x) = \sqrt{\ln x} & \text{(b) } f(x) = e^{\sqrt{x}} & \text{(c) } f(x) = \ln^3(e - 3x^2) & \text{(d) } \ln(\ln x) \\
\text{(e) } f(x) = \sqrt[3]{1 + x^2 e^{x^2}} & \text{(f) } f(x) = \frac{e^{x^3}}{\ln(1-x^3)} & \text{(g) } f(x) = \ln\left(\frac{x+e^{3x}}{2^{5x}}\right) \\
\text{(h) } f(x) = \frac{\ln(x^2 e^{x^2})}{\cos(x-\cos x)} & \text{(i) } f(x) = \sqrt{\log_6(3^{x^2-x})} & \text{(j) } f(x) = e^\pi \ln(1-x^2)
\end{array}$$

9.- Calcular la derivada de las siguientes funciones, aplicando previamente las propiedades de los logaritmos:

$$\text{(a) } f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad \text{(b) } f(x) = \ln(x \tan x)^2 \quad \text{(c) } f(x) = \ln(2^x \sin^2 x)$$

10.- Calcular la derivada de las siguientes funciones, aplicando derivación logarítmica:

$$\begin{array}{lll}
\text{(a) } y = \sqrt{x+1} \sqrt{x^2-2} \sqrt{x+4} & \text{(b) } y = \frac{(2x^2+2)^2}{(x+1)^2(3x+2)} & \text{(c) } y = \sqrt[3]{\frac{6(x^3+1)^2}{x^6 e^{-4x}}} \\
\text{(d) } y = x^{x^2+1} & \text{(e) } y = (2x)^{\sqrt{x}} & \text{(f) } y = (x)^{\frac{1}{x}} \\
\text{(g) } y = \left(\frac{3}{x^2}\right)^x & \text{(h) } y = 4e^x x^{3x} & \text{(i) } y = (\ln x)^{e^x} \\
\text{(j) } y = (4x-3)^{2x+1}, \text{ en } x=1 & \text{(k) } y = (\ln x)^{\ln x}, \text{ en } x=e
\end{array}$$

11.- Si $y = f(x)$ está dada en forma implícita a través de las siguientes ecuaciones, hallar y'

(a) $y = e^{x+y}$

(b) $y^2 = \ln(xy)$

(c) $e^x + e^y = x^2 + y^2$

12.- Demostrar las siguientes identidades:

(a) $\sinh(x) + \cosh(x) = e^x$

(b) $\cosh^2(x) + \sinh^2(x) = \cosh(2x)$

(c) $\cosh(3x) = 4\cosh^3(x) - 3\cosh(x)$

(d) $\frac{1+\tanh x}{1-\tanh x} = e^{2x}$

(e) $\frac{\sinh(2x)}{1+\cosh(2x)} = \tanh(x)$

(f) $\tanh(\ln x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

13.- Calcular la derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \tanh\left(\frac{4x+1}{5}\right)$

(b) $f(x) = \sinh(e^{2x})$

(c) $f(x) = \ln(\cosh x)$

(d) $f(x) = \arctg(\cosh(7x) + \tanh(5^x))$

(e) $f(x) = \sqrt{e^{\operatorname{arcsenh}(x^2)}}$

(f) $f(x) = \ln(\cosh(\sqrt{x}))$

(g) $f(x) = \operatorname{arcsen}(\tanh(x^2 + 2x))$

14.- Calcular las siguientes integrales indefinidas:

(a) $\int \pi e^x dx$

(b) $\int (u^e + e^u) du$

(c) $\int \frac{e^x + e^{2x}}{e^x} dx$

(d) $\int 5e^{3t+7} dt$

(e) $\int \frac{1+e^{2x}}{4e^x} dx$

(f) $\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}-2} dx$

(g) $\int \left(e^x + x^e + ex + \frac{e}{x} \right) dx$

(h) $\int \frac{x}{x+1} dx$

(i) $\int \frac{x+1}{x^2+2x} \ln(x^2 + 2x) dx$

(j) $\int \frac{4x \ln \sqrt{1+x^2}}{1+x^2} dx$

(k) $\int e^{x+e^x} dx$

(l) $\int \frac{2^x}{2^{x+1}} dx$

(m) $\int \frac{e^{x+2}}{e^{x+3}+1} dx$

(n) $\int \frac{\ln x}{x+x \ln^2 x} dx$

(ñ) $\int \frac{\ln(xe^x)}{x} dx$

(o) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} dx$

(p) $\int 3^{x \ln x} (1 + \ln x) dx$

(q) $\int \frac{10^{\ln x^2}}{x} dx$

(r) $\int \left[\frac{1}{8x+1} - \frac{1}{e^{x(8+e^{-x})^2}} \right] dx$

(s) $\int \sinh^4 x \cosh x dx$

(t) $\int \frac{e^{\cosh x}}{\operatorname{csch} x} dx$

(u) $\int \frac{\sinh(\ln x)}{x} dx$